Université M’Hamed Bougara – Boumerdes Année  2022-2023

Faculté des Sciences Matière : Modélisation stochastique

Département de Mathématiques Master 2: MSS

**SERIE N0 3**

**Exercice 1**

Dans un système d’attente, les arrivées suivent un processus de Poisson de taux 54 clients par jour. La durée moyenne de service 5 minutes et le service exponentiel. Un seul employé dessert un guichet ouvert de 10h à 16h sans interruption.

1. Donner la notation de Kendall. Existe-t-il une distribution stationnaire ?
2. Trouver la distribution stationnaire
3. Déterminer le nombre moyen de clients dans le système, le nombre des clients dans la file d’attente et le temps moyen d’attente.
4. Quelle est la probabilité d’attendre plus d’une demi- heure ?

**Exercice 2**

Dans un atelier, les usagers arrivent suivant un processus de Poisson de taux 30 à l’heure. L’atelier dispose de 3 serveurs identiques, chacun ayant une durée de service suivant une loi exponentielle d’espérance mathématique de 3 minutes.

1. Donner le graphe de transition , le système admet-il une distribution stationnaire
2. Trouver la distribution du nombre d’usagers dans le système
3. Calculer la probabilité pour qu’un usager venant d’arriver soit immédiatement
4. Calculer les paramètres de performance

**Exercice 3**

On considère un réseau ouvert constitué de 4 stations à serveur unique, de temps de service distribués suivant une loi exponentielle de taux respectifs ( . Les processus d’arrivée de client et poissonien de taux ( . Les probabilités de routage sont

,  , ,  ,

1- Calculer les taux de visite des stations de ce réseau

- En déduire les taux d’arrivée aux différentes stations

3- On suppose que le taux d’arrivée des clients est de 𝝀 et la duree moyenne de service de chaque station est de 10 minutes. Calculer le nombre moyen de clients et le temps moyen de séjour dans le réseau.

**Exercice 4**

On considère un réseau ouvert de 4 stations à un unique serveur. Les processus d’arrivée des clients aux différentes stations sont supposés poissonniennes de taux respectifs, 6λ,et . Les temps de service des 4 stations sont supposés exponentiels de taux , , et 6µ, où est un réel positif. Un client terminant son service à l’une des stations 1, 2 ou 3 va à la station 4. Un client terminant son service à la station 4 quitte le réseau avec une probabilité 1/3 , retourne à la station 1 avec une probabilité 1/2 et retourne à la station 3 avec une probabilité 1/6 et

1- Calculer les taux de visite des stations de ce réseau et déterminer la condition de stabilité.

2- Pour λ et µ donnés, quelle valeur doit prendre pour que le taux d’utilisation soit égal à  ?

**Exercice 5**

Des pièces sont acheminées dans une usine suivant un processus de Poisson d’intensité λ. Une première station assure le service, puis une deuxième le contrôle de la qualité de ce service. La deuxième station détecte un défaut avec une probabilitéet dans ce cas la pièce repart en station 1 et son service recommence indépendamment du nombre de passage par la station. Sinon, la pièce sort du système. Les 2 stations ont un seul ouvrierchacune, leur

propre file, et un taux de service exponentiel (i {1, 2}). Les probabilités de routage sont  , ,  .Lorsque λ= 20/h, = 24/h, = 30/h et = 0, 1.

1- Calculer les taux de visite des stations de ce réseau

2- Trouver la probabilité stationnaire du réseau

3- Quel est le nombre moyen de clients et le temps moyen de séjour dans le réseau

**Exercice 6**

On considère un premier réseau (A) fermé constitué de stations à serveurs simples, de taux de service respectifs et dans lequel circulent clients. Les probabilités de routage sont :

= , , , ,

1- Calculer les taux de visite de différentes stations.

2- Donner l’expression des probabilités stationnaires et celle de la constante de normalisation.